

DOI:10.13232/j.cnki.jnju.2023.01.003

基于 TPOP 法的犹豫模糊语言稳健型多粒度群决策

李小川¹, 张超^{1,2*}, 李德玉^{1,2}, 上官学奎³, 马瑾男³, 陆文瑞³

(1. 山西大学计算机与信息技术学院, 太原, 030006; 2. 计算智能与中文信息处理教育部重点实验室, 山西大学, 太原, 030006; 3. 山西省信息产业技术研究院有限公司, 太原, 030012)

摘要:多粒度群决策是从决策信息中的多粒度特征出发,利用粒计算模型对群决策问题进行高效建模与分析的过程. 现有多数多粒度群决策方法仅可提供单一的决策结果,然而不同方法带来的决策结果往往存在差异. 为了深入探索犹豫模糊语言信息系统中的稳健型多粒度群决策方法,依据多粒度概率粗糙集、MULTIMOORA (Multi-Objective Optimization by Ratio Analysis Plus the Full Multi-plicative Form) 和 TPOP (Technique of Precise Order Preference) 建立一种面向多粒度群决策的新型犹豫模糊语言多粒度计算方法. 首先结合犹豫模糊语言术语集与多粒度概率粗糙集,提出犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集模型,然后依据离差最大化法计算属性权重与决策者权重,并结合 TPOP 建立犹豫模糊语言稳健型多粒度群决策方法. 最后,通过医学实例验证提出方法的可行性与有效性.

关键词:粒计算,多粒度,群决策,MULTIMOORA,TPOP

中图分类号:TP391

文献标志码:A

Hesitant fuzzy linguistic robust multi-granularity group decision-making based on the TPOP method

Li Xiaochuan¹, Zhang Chao^{1,2*}, Li Deyu^{1,2}, Shangguan Xuekui³, Ma Jinnan³, Lu Wenrui³

(1. School of Computer and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan, 030006, China; 2. Key Laboratory of Computational Intelligence and Chinese Information Processing of Ministry of Education, Shanxi University, Taiyuan, 030006, China; 3. Shanxi Information Industry Technology Research Institute Co., Ltd., Taiyuan, 030012, China)

Abstract: From the aspect of multi-granularity features existed in decision-making information, multi-granularity group decision-making acts as a process of efficient modeling and analysis for group decision-making problems via granular computing models. Most of existing multi-granularity group decision-making methods only provide single decision results, however, diverse methods usually lead to diverse decision results. For the sake of deeply exploring robust multi-granularity group decision-making methods in hesitant fuzzy linguistic information systems, this paper investigates a brand-new hesitant fuzzy linguistic multi-granularity calculation method in light of multigranulation probabilistic rough sets, MULTIMOORA (Multi-Objective Optimization by Ratio Analysis Plus the Full Multi-plicative Form) and TPOP (Technique of Precise Order Preference) for multi-granularity group decision-making. First, by combining hesitant fuzzy linguistic term sets with multigranulation probabilistic rough sets, this paper puts forward hesitant fuzzy linguistic multigranulation probabilistic rough

基金项目:国家自然科学基金(62272284, 61806116, 62072294, 61972238), 山西省数字经济发展研究(202104031402023), 信息技术应用创新省技术创新中心(202104010911033), 山西省科技创新青年人才团队项目(202204051001015), 山西省重点研发计划(国际科技合作)(201903D421041), 山西省筹资金资助回国留学人员科研项目(2022-007), 山西省研究生教育教学改革课题(2021YJG041), 小店区-山西大学产学研合作项目(202003S08), 山西省高等学校青年科研人員培育计划, 山西省高等学校优秀成果培育项目(2019SK036), 山西大学研究生教育创新项目

收稿日期: 2022-09-26

* 通讯联系人, E-mail: czhang@sxu.edu.cn

set models. Second, the weight of attributes and decision-makers are calculated based on the maximum deviation method, and a hesitant fuzzy linguistic robust multi-granularity group decision-making method is constructed in light of the TPOP method. Finally, the feasibility and effectiveness of the presented method are verified by a medical case analysis.

Key words: granular computing, multi-granularity, group decision-making, MULTIMOORA, TPOP

当前,新一轮科技革命和产业变革正在加速拓展,智能化水平已成为一个国家的战略竞争力.加快推动智能决策、发掘稳健且高效的智能决策新模式,对于推动国家治理体系现代化具有重要意义.

人类的一切活动都需要决策技术的有力支撑,而决策活动往往呈现不确定性数据交互与群体决策等特征^[1].这些新特征的出现,要求有效地将信息科学与具体应用相结合,设计相应的决策分析方法^[2].事实上,群决策中决策数据和决策任务本身隐含着丰富的多粒度特征,从现有的多粒度特征出发,运用知识发现方法对其进行合理有效的建模、表示、融合和分析,可为决策者提供高质量的决策支持.这类多粒度特征驱动的决策已成为现代决策理论与方法的研究热点,学者们正致力于在知识发现领域寻求多粒度群决策的高效问题求解方案^[3].近年来,学者们在多粒度群决策领域已取得了一系列重要的研究成果^[4-5].

在经典定性语言决策的信息描述中,决策者通常借助单一的语言术语来表达他们对定性信息的偏好.由于决策问题存在各类不确定性,决策者在进行决策评价时往往会在不同的语言术语间犹豫不决.鉴于此,Rodriguez et al^[6]在语言术语集的基础上进一步发展了犹豫模糊语言术语集的概念,即通过纳入多个语言术语来刻画决策者犹豫不决的态度,以此来克服经典语言术语集在描述复杂决策问题时的局限.目前,学者们已发展了诸多犹豫模糊语言决策方法^[6-7].

在信息融合与分析方面,经典粗糙集对于粗糙近似结构的严格限制使粗糙集的应用范围受限.概率粗糙集通过引入粗糙隶属度与阈值来降低上述限制,有效提升了粗糙集的容错能力与应用范围.同时,多粒度粗糙集从多层次决策与多视角决策的视角出发求解多粒度问题,可大幅提升信息融合的效率.因此,多粒度概率粗糙集兼

具概率粗糙集^[8]与多粒度粗糙集的优势^[9-10],进一步扩大了粗糙集模型的应用范围.目前,学者们已将多粒度概率粗糙集应用于实际问题的求解,如属性约简^[11]、双边匹配^[12]和分类模型^[13]等.

最优粒度选择是多粒度分析的热点话题,也在多粒度信息分析中,需选择一种有效的方法选出最优粒度,如集成算子、距离度量等.然而,不同方法带来的决策结果可能存在差异,因此,在做多粒度分析时需结合多种方法来提升决策结果的稳健性.Brauers and Zavadskas^[14]在多元决策方法的基础上,将全乘模型引入比例分析多目标优化,提出 MULTIMOORA (Multi-Objective Optimization by Ratio Analysis Plus the Full Multiplicative Form).该方法包括比率系统、参考点理论方法和全乘比例形式,可从三类视角提供备选方案的排序结果,因而提升了排序结果的整体稳健性.然而,MULTIMOORA在排序机制上仍然存在不足.Bairagi et al^[15]在 MULTIMOORA 的基础上建立了新型精确排序优先技术,即 TPOP (Technique of Precise Order Preference),有望为应对 MULTIMOORA 的局限提供解决方案.鉴于此,本文在 MULTIMOORA 的基础上引入排序机制更全面的 TPOP 以获得更加精确且稳健的排序结果.近年来,已有一些学者利用 TPOP 对 MULTIMOORA 进行改进,通过获取各备选方案的精确选择指数来确定最优方案^[16-17].

在犹豫模糊语言环境中,探索具备稳健性决策结果的方法非常重要.然而,在多粒度分析中,最优粒度的选择需借助具备稳健性的粒度计算方法.本文为提升决策结果的稳健性,引入了结合多种决策方法的 MULTIMOORA 来克服单一决策方法的决策结果不稳健的局限.同时,为了进一步克服 MULTIMOORA 在排序方面的不足,引入了 TPOP 以提升排序结果的稳健性,减少因排序结果带来的最优粒度选择不稳健的局限.鉴

于此,本文同时结合多粒度概率粗糙集、MULTI-MOORA 和 TPOP 建立犹豫模糊语言稳健型多粒度群决策方法,并用于新型冠状病毒的潜在治疗药物选择背景下的实例分析,通过对比性分析来验证本文方法的可行性与有效性.文中使用的主要符号如表 1 所示.

表 1 本文主要符号

Table 1 Main symbols in this paper

主要符号	符号含义
$\xi_{\mathbb{F}}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i)$	I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度
$\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\xi, \alpha}(\mathbb{F})$	I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集下近似
$\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\xi, \beta}(\mathbb{F})$	I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集上近似
$\psi_{\mathbb{F}}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i)$	II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度
$\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\psi, \alpha}(\mathbb{F})$	II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集下近似
$\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\psi, \beta}(\mathbb{F})$	II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集上近似
$\zeta_{\mathbb{F}}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i)$	III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度
$\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\zeta, \alpha}(\mathbb{F})$	III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集下近似
$\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\zeta, \beta}(\mathbb{F})$	III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集上近似

本文的主要贡献:

(1)在定性决策环境下提出犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集模型.

(2)建立了基于 TPOP 的犹豫模糊语言稳健型多粒度群决策方法.

(3)通过新型冠状病毒的潜在治疗药物选择背景下的实例验证了该方法的可行性与有效性.

1 基本知识

1.1 语言术语集

定义 1^[6] 设 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ 为由有限个且有序的语言术语组成的集合,称 $g+1$ 为该集合的粒度,且粒度通常取奇数;中间的语言术语表示“近似 0.5”, s_i 表示一个语言变量的语言值.当

$g=4$ 时,该语言术语集可表示为:

$$S = \{s_0: \text{简单}, s_1: \text{较简单}, s_2: \text{一般}, s_3: \text{较困难}, s_4: \text{困难}\}$$

同时,上述语言术语集需满足如下要求:

(1)有序性:若 $i \leq j$, 则 $s_i \leq s_j$;

(2)可逆性: $Neg(s_i) = s_{g-i}$.

1.2 犹豫模糊语言术语集

定义 2^[18] 设 U 为非空有限论域, $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ 为一个语言术语集, U 上的一个犹豫模糊语言术语集可被表示为一个函数 h , 该函数应用到 U 上会返回一个在 S 上的子集, 表示为如下形式:

$$\mathbb{F} = \{\langle x, h_{\mathbb{F}}(x) \rangle \mid x \in U\} \quad (1)$$

其中, $h_{\mathbb{F}}(x)$ 为 S 上几个可能的语言术语的集合, 反映 U 中的元素 x 属于集合 \mathbb{F} 的可能隶属度, 并称 $h_{\mathbb{F}}(x)$ 为一个犹豫模糊语言元. 此外, 记 U 上所有的犹豫模糊语言术语集为 $HFL(U)$.

定义 3^[19] 设 U 和 V 为非空有限论域, 语言术语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$, 犹豫模糊语言关系 \mathbb{R} 可被表示为一个在 $U \times V$ 上的犹豫模糊语言子集, 表示为如下形式:

$$\mathbb{R} = \{\langle (x, y), h_{\mathbb{R}}(x, y) \rangle \mid (x, y) \in U \times V\} \quad (2)$$

将 $U \times V$ 上所有犹豫模糊语言关系记为 $HFLR(U \times V)$. 依据犹豫模糊语言关系, Zhang et al^[7] 提出了犹豫模糊语言背景下单一隶属度的概念.

定义 4^[7] 设 U 和 V 为非空有限论域, 语言术语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$, 犹豫模糊语言关系 $\mathbb{R} \in HFLR(U \times V)$. 对于任意的犹豫模糊语言术语集 $\mathbb{F} \in HFL(V)$, $x \in U$, $y \in V$, \mathbb{F} 中的元素 x 关于犹豫模糊语言关系 \mathbb{R} 的单一隶属度可表示为 $\theta_{\mathbb{F}}^{\mathbb{R}}(x)$, 表示为如下形式:

$$\theta_{\mathbb{F}}^{\mathbb{R}}(x) = 1, 1 - \frac{\text{ind}(\text{env}(|\mathbb{R}(x) \cap \mathbb{F}^c|))}{\text{ind}(\text{env}(|\mathbb{R}(x)|))} \quad (3)$$

其中, $|\cdot|$ 表示该犹豫模糊语言术语集的基数.

语言术语集以语言值的形式来表示, 选择如下 E_{G_n} 函数将犹豫模糊语言术语转换为区间数:

(1) $E_{G_n}(s_i) = \{s_i \mid s_i \in S\}$;

(2) $E_{G_n}(\text{不多于 } s_i) = \{s_j \mid s_j \in S \text{ 且 } s_j \leq s_i\}$;

- (3) $E_{G_H}(\text{低于 } s_i) = \{s_j | s_j \in S \text{ 且 } s_j < s_i\};$
 (4) $E_{G_H}(\text{不少于 } s_i) = \{s_j | s_j \in S \text{ 且 } s_j \geq s_i\};$
 (5) $E_{G_H}(\text{高于 } s_i) = \{s_j | s_j \in S \text{ 且 } s_j > s_i\};$
 (6) $E_{G_H}(\text{位于 } s_i \text{ 与 } s_j \text{ 之间}) = \{s_k | s_k \in S \text{ 且 } s_i \leq s_k \leq s_j\}.$

接下来给出犹豫模糊语言术语集的主要运算规则.

定义 5^[6] 设 U 为非空有限论域, 语言术语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$. 存在犹豫模糊语言术语集 $\mathbb{F}_1, \mathbb{F}_2 \in HFL(U)$, 对于在 U 上的元素 x , 有如下运算规则成立:

(1) $h_{\mathbb{F}_1}(x) = \sim h_{\mathbb{F}_1}(x) = \{s_{g-i} | i \in \text{ind}(h_{\mathbb{F}_1}(x))\}$, 其中 ind 代表取语言隶属度的下标值;

$$(2) h_{\mathbb{F}_1 \cap \mathbb{F}_2}(x) = h_{\mathbb{F}_1}(x) \wedge h_{\mathbb{F}_2}(x) = \{s_i \in (h_{\mathbb{F}_1}(x) \cup h_{\mathbb{F}_2}(x)) | s_i \leq \min(h_{\mathbb{F}_1}^+(x), h_{\mathbb{F}_2}^+(x))\};$$

$$(3) h_{\mathbb{F}_1 \cup \mathbb{F}_2}(x) = h_{\mathbb{F}_1}(x) \vee h_{\mathbb{F}_2}(x) = \{s_i \in (h_{\mathbb{F}_1}(x) \cup h_{\mathbb{F}_2}(x)) | s_i \geq \max(h_{\mathbb{F}_1}^-(x), h_{\mathbb{F}_2}^-(x))\};$$

$$(4) h_{\mathbb{F}_1}(x) \oplus h_{\mathbb{F}_2}(x) = \bigcup_{s_a \in h_{\mathbb{F}_1}(x), s_b \in h_{\mathbb{F}_2}(x)} \{s_{a+\beta}\};$$

$$(5) h_{\mathbb{F}_1}(x) \otimes h_{\mathbb{F}_2}(x) = \bigcup_{s_a \in h_{\mathbb{F}_1}(x), s_b \in h_{\mathbb{F}_2}(x)} \{s_{a \times \beta}\}.$$

其中, $h_{\mathbb{F}_1}^+(x) = \max\{s_i | s_i \in h_{\mathbb{F}_1}(x)\}$ 表示 $h_{\mathbb{F}_1}(x)$ 的上界, 同理, $h_{\mathbb{F}_1}^-(x) = \min\{s_i | s_i \in h_{\mathbb{F}_1}(x)\}$ 表示 $h_{\mathbb{F}_1}(x)$ 的下界.

Rodriguez et al^[6] 在 $h_{\mathbb{F}}(x)$ 上界与下界的基础上, 提出关于犹豫模糊语言元 $h_{\mathbb{F}}(x)$ 包络的概念, 表示为 $\text{env}(h_{\mathbb{F}}(x)) = [h_{\mathbb{F}}^-(x), h_{\mathbb{F}}^+(x)]$. 此后, Zhang et al^[7] 依据下标函数 $\text{ind}(x)$ 的概念构造了将犹豫模糊语言术语集转化为区间数的方法, 即 $\text{ind}(\text{env}(h_{\mathbb{F}}(x)))$, 并利用优势度的概念对区间数进行比较.

定义 6^[6] 给定区间数 $a = [a^L, a^U]$ 和 $b = [b^L, b^U]$, 其主要运算规则如下:

$$(1) a + b = [a^L + b^L, a^U + b^U];$$

$$(2) a - b = [a^L - b^L, a^U - b^U];$$

$$(3) \text{若 } a^L, b^L > 0, \text{ 有 } \frac{a}{b} = \left[\frac{a^L}{b^L}, \frac{a^U}{b^U} \right].$$

根据以上运算规则, $a \geq b$ 的优势度可表示为:

$$p(a \geq b) = \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{b^U - a^L}{l_a + l_b}, 0 \right), 0 \right\}$$

同理, $a \leq b$ 的优势度可表示为:

$$p(a \leq b) = \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{a^U - b^L}{l_a + l_b}, 0 \right), 0 \right\}$$

其中, $l_a = a^U - a^L, l_b = b^U - b^L$.

接下来给出犹豫模糊语言汉明距离的表示形式.

定义 7^[20] 设 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ 为一个语言术语集, 对于 S 上的两个犹豫模糊语言术语集 \mathbb{F}_1 和 \mathbb{F}_2 , 其汉明距离为:

$$d(\mathbb{F}_1, \mathbb{F}_2) = \left(\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left(\frac{|\text{ind}(h_{\mathbb{F}_1}^{\sigma(k)}(x)) - \text{ind}(h_{\mathbb{F}_2}^{\sigma(k)}(x))|}{g+1} \right)^{\lambda} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \quad (4)$$

其中, $h_{\mathbb{F}}^{\sigma(k)}$ 代表犹豫模糊语言元中排在第 k 位的元素, $|\mathbb{F}|$ 表示犹豫模糊语言术语集 \mathbb{F} 的基数, 且 $|\mathbb{F}_1| = |\mathbb{F}_2| = L, \lambda = 1$.

1.3 概率粗糙集

定义 8^[21] 设 U 为非空有限论域, R 为 U 上的等价关系, P 为 U 上的概率测度, 称 (U, R, P) 为一个概率近似空间. 对于任意一个 $X \subseteq U$, 若 $0 \leq \beta < \alpha \leq 1$ 成立, 则 X 关于概率近似空间 (U, R, P) 的下、上近似表示如下:

$$\underline{R}_\alpha(X) = \{x \in U | \Pr(X|[x]) \geq \alpha\}$$

$$\overline{R}_\beta(X) = \{x \in U | \Pr(X|[x]) > \beta\}$$

称 $(\underline{R}_\alpha(X), \overline{R}_\beta(X))$ 为 X 关于 (U, R, P) 的概率粗糙集.

2 犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集

设备选方案集为 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, 方案属性集为 $V = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, 属性的权重集为 $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}^T$, 决策者权重集为 $w = (w_1, w_2, \dots, w_r)^T$, $w_k \in [0, 1], \sum_{k=1}^r w_k = 1$, \mathbb{R}_k 为 $U \times V$ 上的犹豫模糊语言关系, \mathbb{F} 为评价集. 综上, 可构建犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$.

依据犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, 将犹豫模糊语言环境下的单一隶属度 $\theta_{\mathbb{F}}(x)$ 推广至多粒度的背景下. 接着, 结合 MULTIMOORA

的比率系统、参考点理论方法与全乘比例形式,在多粒度概率粗糙集和犹豫模糊语言术语集的基础上,利用犹豫模糊语言加权算术平均算子^[22]、犹豫模糊语言汉明距离^[20]、犹豫模糊语言加权几何平均算子^[23]分别建立三类犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集模型.

2.1 I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集 依据犹豫模糊语言加权算术平均算子来建立 I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集,其特点在于可有效刻画决策群体中少数服从多数的情形.

定义 9 给定一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, 设 w_k 为 \mathbb{R}_k 的权重. 对于任意 $x_i \in U (i = 1, 2, \dots, m)$, x_i 关于 \mathbb{R}_k 的 I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度可表示为:

$$\begin{aligned} \xi_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) = \\ \text{HFLWA}(\theta_{\mathbb{R}_1}^{\mathbb{R}_1}(x_i), \theta_{\mathbb{R}_2}^{\mathbb{R}_2}(x_i), \dots, \theta_{\mathbb{R}_r}^{\mathbb{R}_r}(x_i)) = \\ \bigoplus_{k=1}^r (w_k \theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i)) = \\ \sum_{k=1}^r \left\{ w_k \left([1, 1] - \frac{\text{ind}(\text{env}(|\mathbb{R}_k(x_i) \cap \mathbb{F}^c|))}{\text{ind}(\text{env}(|\mathbb{R}_k(x_i)|))} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

定义 10 给定一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, α 和 β 为两个阈值且 $\alpha > \beta$. 对于任意 $x_i \in U (i = 1, 2, \dots, m)$, \mathbb{F} 关于 \mathbb{R}_k 的 I 型犹豫模糊语言多粒度概率的粗糙近似可表示为:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\xi, \alpha}(\mathbb{F}) = \left\{ \xi_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) \geq \alpha \mid x_i \in U \right\} \\ \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\xi, \beta}(\mathbb{F}) = \left\{ \xi_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) > \beta \mid x_i \in U \right\} \\ \text{称} \left(\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\xi, \alpha}(\mathbb{F}), \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\xi, \beta}(\mathbb{F}) \right) \text{为 I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集.} \end{aligned}$$

2.2 II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集 距离度量是犹豫模糊信息融合过程中的常用方法,通过距离度量可有效提升整体决策效率.因此,本节利用犹豫模糊语言汉明距离作为距离测度来建立 II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集.

定义 11 给定一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, w_k 为 \mathbb{R}_k 的权重,参考点 \mathbb{R}^+ 和 \mathbb{R}^- 分

别为犹豫模糊语言术语集的正理想点和负理想点.依据包络和区间数的概念,取正理想点 $\mathbb{R}^+ = [1, 1]$, 负理想点 $\mathbb{R}^- = [0, 0]$. 进一步, $d(\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i), \mathbb{R}^+)$ 和 $d(\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i), \mathbb{R}^-)$ 分别代表 $\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i)$ 与正、负理想点的距离.对于任意 $x_i \in U (i = 1, 2, \dots, m)$, x_i 关于 \mathbb{R}_k 的 II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度可表示为:

$$\begin{aligned} \psi_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) = \\ \frac{\sum_{k=1}^r w_k d(\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i), \mathbb{R}^+) + \sum_{k=1}^r w_k d(\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i), \mathbb{R}^-)}{\sum_{k=1}^r w_k d(\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i), \mathbb{R}^+)} \end{aligned} \quad (6)$$

定义 12 给定一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, α 和 β 为两个阈值且 $\alpha > \beta$. 对于任意 $x_i \in U (i = 1, 2, \dots, m)$, \mathbb{F} 关于 \mathbb{R}_k 的 II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙近似可表示为:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\psi, \alpha}(\mathbb{F}) = \left\{ \psi_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) \geq \alpha \mid x_i \in U \right\} \\ \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\psi, \beta}(\mathbb{F}) = \left\{ \psi_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) > \beta \mid x_i \in U \right\} \\ \text{称} \left(\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\psi, \alpha}(\mathbb{F}), \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\psi, \beta}(\mathbb{F}) \right) \text{为 II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集.} \end{aligned}$$

2.3 III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集 依据犹豫模糊语言加权几何平均算子来建立 III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集,其特点在于可有效刻画决策群体中多数服从少数的情形.

定义 13 给定一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, w_k 为 \mathbb{R}_k 的权重.对于任意 $x_i \in U (i = 1, 2, \dots, m)$, x_i 关于 \mathbb{R}_k 的 III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度可表示为:

$$\begin{aligned} \zeta_{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_i) = \\ \text{HFLWG}(\theta_{\mathbb{R}_1}^{\mathbb{R}_1}(x_i), \theta_{\mathbb{R}_2}^{\mathbb{R}_2}(x_i), \dots, \theta_{\mathbb{R}_r}^{\mathbb{R}_r}(x_i)) = \\ \bigotimes_{k=1}^r (\theta_{\mathbb{R}_k}^{\mathbb{R}_k}(x_i)^{w_k}) = \\ \prod_{k=1}^r \left\{ \left([1, 1] - \frac{\text{ind}(\text{env}(|\mathbb{R}_k(x) \cap \mathbb{F}^c|))}{\text{ind}(\text{env}(|\mathbb{R}_k(x)|))} \right)^{w_k} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

定义 14 给定一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, α 和 β 为两个阈值且 $\alpha > \beta$. 对于任意 $x_i \in U (i = 1, 2, \dots, m)$, \mathbb{F} 关于 \mathbb{R}_k 的 III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙近似可表示为:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\zeta, \alpha}(\mathbb{F}) &= \left\{ \zeta_{\mathbb{F}^{\mathbb{R}_k}}^{\zeta, \alpha}(x_i) \geq \alpha \mid x_i \in U \right\} \\ \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\zeta, \beta}(\mathbb{F}) &= \left\{ \zeta_{\mathbb{F}^{\mathbb{R}_k}}^{\zeta, \beta}(x_i) > \beta \mid x_i \in U \right\} \end{aligned}$$

称 $\left(\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\zeta, \alpha}(\mathbb{F}), \sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k^{\zeta, \beta}(\mathbb{F}) \right)$ 为 III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集.

3 决策方法

3.1 决策背景 在新型冠状病毒肺炎的早期治疗中,需选择合适的药物对患者进行治疗. 假设多位医学专家组成一个医疗群体,该群体拟利用犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多粒度群决策方法对新型冠状病毒肺炎患者所用的药物进行选择. 设 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 为药物方案集, $V = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 为该患者症状集, $w = \{w_1, w_2, \dots, w_r\}^T$ 为医学专家权重集,且满足 $w_k \in [0, 1]$ 和 $\sum_{k=1}^r w_k = 1$. 依据上述假设,利用犹豫模糊语言元刻画犹豫模糊关系 \mathbb{R}_k ,并利用犹豫模糊语言术语集给出评价集 \mathbb{F} . 综上所述,可建立医学药物选择背景下的犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$.

3.2 决策权重 在上述背景中,依据犹豫模糊语言信息系统,进一步建立犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多粒度群决策方法. 首先,医学专家针对新型冠状病毒肺炎患者的症状给出评价,并建立评价矩阵 F_{ij} ;其次,利用离差最大化法^[17]求出症状属性的权重和决策专家对应的权重;最后,确定每个方案值的隶属度 $\theta_{\mathbb{F}^{\mathbb{R}_k}}^{\mathbb{R}_k}(x)$. 具体地,权重计算方法如下所示.

属性权重:

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m |F_{ij} - F_{il}|}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m |F_{ij} - F_{il}|} \quad (8)$$

决策专家权重:

$$w_k = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{o=1}^n |v_{ij} - v_{io}|}{\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^n \sum_{o=1}^n |v_{ij} - v_{io}|} \quad (9)$$

3.3 TPOP 法 MULTIMOORA 因其良好的稳健性与鲁棒性被广泛使用于决策问题的求解^[24-26]. 然而,作为多种决策方法的结合, MULTIMOORA 的决策结果有时并非最优. 因此,本文采用 TPOP^[15]来对 MULTIMOORA 存在的不足进行改进,以得到更加稳健且精确的决策结果. 具体地,基于 TPOP 的决策过程如下.

第一步,将 MULTIMOORA 得到的决策结果作为 TPOP 的输入部分,并构建决策矩阵 T :

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & \dots & x_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1m} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \dots & t_{nm} \end{matrix} \end{matrix}$$

其中, $t_{ij} (j = 1, 2, 3)$ 是方案通过第 j 个方法计算得到的第 i 个方案的选择值, t_{i1}, t_{i2}, t_{i3} 分别代表 I 型、II 型和 III 型的选择值.

第二步,归一化每个选择值. 通过归一化可消除由不同方法得到的选择值之间的偏差,以便确定其权重:

$$g_{ij} = \frac{|t_{ij}|}{\sum_{i=1}^m |t_{ij}|} \quad (10)$$

其中, $0 \leq g_{ij} \leq 1$, $|t_{ij}|$ 表示 t_{ij} 的绝对值. 归一化结果可使各方案的选择值全部处于 $[0, 1]$,可有效消除备选方案间的偏差.

第三步,计算最终选择值的熵 e_j ,该熵是最终选择值的无序化程度的度量:

$$e_j = \frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m |t_{ij} \ln t_{ij}| \quad (11)$$

其中, e_j 表示通过第 j 种方法得到的选择值的熵.

第四步,依据经典的熵方法来计算每个方法的权重:

$$s_j = \frac{1 - e_j}{\sum_{j=1}^3 (1 - e_j)} \quad (12)$$

其中, s_j 代表第 j 个方法所对应的权重, $s_j \in [0, 1]$ 且 $\sum_{j=1}^3 s_j = 1$.

第五步,在熵方法基础上计算每个方法的权重:

$$s'_j = (1 + \sqrt{s_j})(j=1,2,3) \quad (13)$$

$$W_j = \frac{s'_j}{\sum_{j=1}^3 s'_j} \quad (14)$$

其中, $s'_j \in [1, 2]$, $W_j (j=1, 2, 3)$ 表示由第 j 种方法得到的最终选择值的精确权重且 $\sum_{j=1}^3 W_j = 1$.

第六步,依据效益型与成本型的概念来对选择值做归一化,效益型值越大表明越接近最优解,反之,成本型值越小表明越接近最优解:

$$G_{ij} = \frac{(t_j)_{\max} - t_{ij}}{(t_j)_{\max} - (t_j)_{\min}}, \text{ 当 } t_{ij} \text{ 属于效益型} \quad (15)$$

$$G_{ij} = \frac{t_{ij} - (t_j)_{\min}}{(t_j)_{\max} - (t_j)_{\min}}, \text{ 当 } t_{ij} \text{ 属于成本型} \quad (16)$$

其中, $G_{ij} \in [0, 1]$, $(t_j)_{\max}$ 表示由第 j 种方法得到的最大选择值,同理, $(t_j)_{\min}$ 表示最小选择值.

第七步,计算加权后的最终选择值 h_{ij} :

$$h_{ij} = \exp(W_j + G_{ij}) \quad (17)$$

其中, h_{ij} 是加权归一化后的指数函数,代表加权后的最终选择值.

最后,计算 TPOP 法的精确选择指数 PSI_i , 最小 PSI_i 对应的决策备选项即为最优解:

$$PSI_i = \sum_{j=1}^3 h_{ij} \quad (18)$$

3.4 决策算法

输入:一个犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$.

输出:最佳的药物选择方案.

Step 1. 每位专家给出由犹豫模糊语言元构成的评价集.

Step 2. 使用 $E_{G_{ij}}$ 函数将专家给出的语言信息转化为犹豫模糊语言元,得到评价集 \mathbb{F} .

Step 3. 通过式(8)和式(9)来计算权重.

Step 4. 通过式(3)计算 \mathbb{F} 中每个方案 x_j 关于 \mathbb{R}_k 的隶属度 $\theta_{\mathbb{F}}^{\mathbb{R}_k}(x_i)$.

Step 5. 通过式(5)~(7)计算犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$ 的多重隶属度 $\xi_{\mathbb{F}}^{\sum_{k=1}^{\mathbb{R}_k}}(x_i)$, $\psi_{\mathbb{F}}^{\sum_{k=1}^{\mathbb{R}_k}}(x_i)$ 和 $\zeta_{\mathbb{F}}^{\sum_{k=1}^{\mathbb{R}_k}}(x_i)$, 得到备选方案的 I 型、II 型、III 型排序和 MULTIMOORA 排序.

Step 6. 依据 MULTIMOORA 的决策结果来构建基于 TPOP 的决策矩阵 T .

Step 7. 通过式(10)来归一化矩阵中的每个 t_{ij} , 得到归一化结果 g_{ij} .

Step 8. 通过式(11)计算每个方案的熵 e_j .

Step 9. 通过式(12)计算熵方法下方案的权重 s_j .

Step 10. 通过式(13)和式(14)计算各方案在 TPOP 中的精确权重 W_j .

Step 11. 通过式(15)和式(16)计算最终的归一化值.

Step 12. 通过式(17)计算最终选择值 h_{ij} .

Step 13. 通过式(18)计算 TPOP 中的排序指数 PSI_i .

Step 14. PSI_i 按升序排序,最小的 PSI_i 对应的方案即为最佳药物选择方案.

上述决策算法中, Step 3~14 的时间复杂度分别为 $O(n^2)$, $O(n^2)$, $O(n)$, $O(n^2)$, $O(n^2)$, $O(n^2)$, $O(n^2)$, $O(n)$, $O(n^2)$, $O(n^2)$ 和 $O(n)$, 所以,算法的整体时间复杂度为 $O(n^2)$.

综上所述,本文算法流程如图 1 所示.

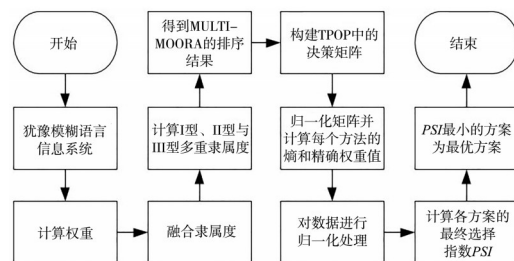


图 1 本文的算法流程图

Fig. 1 The flowchart of our algorithm

4 实例分析

4.1 实例描述 以 Mishra et al^[27] 的案例数据为背景进行实例分析,并给出基于 TPOP 的犹豫模糊语言稳健型多粒度群决策的具体步骤.

自 2019 年底以来,新型冠状病毒席卷全球,目前针对新型冠状病毒肺炎的治疗方案仍处于探索阶段. 对于一个医学药物选择的犹豫模糊语言信息系统 $(U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F})$, 其中药物方案集 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, x_1 代表药物 LPV/RTV-IFNb (洛匹那韦/利托那韦-干扰素 β), x_2 代表药物 Favipiravir (法匹拉韦), x_3 代表药物 LPV/RTV (洛匹那韦/利托那韦), x_4 代表药物 Remdesivir (瑞德西韦), x_5 代表药物 Hydroxychloroquine (羟氯喹). 患者症状集 $V = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7\}$, y_1 代表

食欲不振, y_2 代表咳嗽, y_3 代表乏力, y_4 代表发热, y_5 代表肌痛, y_6 代表气短, y_7 代表排痰. 现组织三位医学专家对某位新型冠状病毒肺炎患者进行医学诊断, 并推荐适合该患者的药物用于患者的前期治疗. 医学专家依据医疗经验和表2对备选药物作用于七种症状的表现进行刻画, 如表3~5所示. 依据语言术语集 $S = \{s_0: \text{非常差}, s_1: \text{很差}, s_2: \text{差}, s_3: \text{一般}, s_4: \text{好}, s_5: \text{很好}, s_6: \text{非常好}\}$, 建立表6~8所示的犹豫模糊语言关系 $\mathbb{R}_k \in \text{HFLR}(U \times V) (k = 1, 2, 3)$. 设某患者的症状集为:

$$\mathbb{F} = \{\langle y_1\{s_0, s_3\}\rangle, \langle y_2\{s_0, s_2\}\rangle, \langle y_3\{s_1, s_3\}\rangle, \langle y_4\{s_0, s_1\}\rangle, \langle y_5\{s_4, s_5\}\rangle, \langle y_6\{s_3, s_4\}\rangle, \langle y_7\{s_4\}\rangle\}$$

表2 偏好信息

Table 2 The preference information

偏好信息	缩写	偏好犹豫区间
非常好	EP	[0.90, 1.00]
很好	SP	[0.80, 0.90]
好	P	[0.65, 0.80]
一般	M	[0.50, 0.65]
差	U	[0.35, 0.50]
很差	SU	[0.20, 0.35]
非常差	EU	[0.00, 0.20]

表3 备选药物效用评估关系集一

Table 3 The first relation set of alternative drug effect evaluations

\mathbb{R}_1	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
x_1	P	M	U	P	M	U	U
x_2	M	P	M	M	M	U	M
x_3	M	P	M	M	U	SU	SU
x_4	SP	P	M	M	M	P	P
x_5	M	P	U	M	SU	U	M

表4 备选药物效用评估关系集二

Table 4 The second relation set of alternative drug effect evaluations

\mathbb{R}_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
x_1	M	M	M	M	U	M	U
x_2	P	M	U	M	SU	U	U
x_3	SP	M	M	P	U	P	M
x_4	M	P	P	M	P	M	U
x_5	P	P	P	M	M	P	SU

表5 备选药物效用评估关系集三

Table 5 The third relation set of alternative drug effect evaluations

\mathbb{R}_3	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
x_1	P	P	M	P	U	SU	SU
x_2	P	U	P	P	M	M	SU
x_3	M	P	M	P	M	U	U
x_4	P	M	M	P	P	U	M
x_5	M	M	P	P	P	SU	U

表6 备选药物效用的犹豫模糊语言关系集一

Table 6 The first hesitant fuzzy linguistic relation set of alternative drug effect evaluations

\mathbb{R}_1	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
x_1	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_2\}$
x_2	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_3\}$
x_3	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_1\}$	$\{s_1\}$
x_4	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$
x_5	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_2\}$	$\{s_3\}$	$\{s_1\}$	$\{s_2\}$	$\{s_3\}$

表7 备选药物效用的犹豫模糊语言关系集二

Table 7 The second hesitant fuzzy linguistic relation set of alternative drug effect evaluations

\mathbb{R}_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
x_1	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$
x_2	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_3\}$	$\{s_1\}$	$\{s_2\}$	$\{s_2\}$
x_3	$\{s_5\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_2\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$
x_4	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$
x_5	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_1\}$

表8 备选药物效用的犹豫模糊语言关系集三

Table 8 The third hesitant fuzzy linguistic relation set of alternative drug effect evaluations

\mathbb{R}_3	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
x_1	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_2\}$	$\{s_1\}$	$\{s_1\}$
x_2	$\{s_4\}$	$\{s_2\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_1\}$
x_3	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_2\}$	$\{s_2\}$
x_4	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_2\}$	$\{s_3\}$
x_5	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_1\}$	$\{s_2\}$

4.2 决策过程 首先, 根据式(8)和式(9)计算得到决策者权重 $w_1 = 0.3448$, $w_2 = 0.3563$, $w_3 = 0.2989$.

其次, 每个备选方案在犹豫模糊语言信息系

统($U, V, \mathbb{R}_k, \mathbb{F}$)的隶属度为:

$$\begin{aligned}\theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_1) &= [0.0500, 0.1500] \\ \theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_2) &= [0.0952, 0.1429] \\ \theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_3) &= [0, 0.0588] \\ \theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_4) &= [0.1538, 0.3077] \\ \theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_5) &= [0.0556, 0.0556] \\ \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_1) &= [0, 0.1053] \\ \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_2) &= [0, 0.0588] \\ \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_3) &= [0.0833, 0.2500] \\ \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_4) &= [0.0870, 0.2174] \\ \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_5) &= [0.0870, 0.2609] \\ \theta_{\mathbb{F}^3}^{\mathbb{R}_3}(x_1) &= [0, 0.1053] \\ \theta_{\mathbb{F}^3}^{\mathbb{R}_3}(x_2) &= [0.0476, 0.2381] \\ \theta_{\mathbb{F}^3}^{\mathbb{R}_3}(x_3) &= [0.0476, 0.0952] \\ \theta_{\mathbb{F}^3}^{\mathbb{R}_3}(x_4) &= [0.1304, 0.2174] \\ \theta_{\mathbb{F}^3}^{\mathbb{R}_3}(x_5) &= [0.0952, 0.1905]\end{aligned}$$

接下来, 可得每个备选方案 $x_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 关于 I 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度为:

$$\begin{aligned}\xi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_1) &= \text{HFLWA}(\theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_1), \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_1), \dots, \theta_{\mathbb{F}^r}^{\mathbb{R}_r}(x_1)) = \\ & \bigoplus_{k=1}^r (w_k \theta_{\mathbb{F}^k}^{\mathbb{R}_k}(x_1)) = [0.0172, 0.1207] \\ \xi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_2) &= [0.0471, 0.1414] \\ \xi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_3) &= [0.0439, 0.1378] \\ \xi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_4) &= [0.1230, 0.2485] \\ \xi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_5) &= [0.0786, 0.1690]\end{aligned}$$

然后, 依据区间值优势度的定义, 可得 I 型的排序结果为 $x_4 > x_5 > x_2 > x_3 > x_1$.

每个备选方案 $x_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 关于 II 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度为:

$$\begin{aligned}\psi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_1) &= \\ \frac{\sum_{k=1}^r w_k d(\theta_{\mathbb{F}^k}^{\mathbb{R}_k}(x_1), \mathbb{R}^+) + \sum_{k=1}^r w_k d(\theta_{\mathbb{F}^k}^{\mathbb{R}_k}(x_1), \mathbb{R}^-)}{\sum_{k=1}^r w_k d(\theta_{\mathbb{F}^k}^{\mathbb{R}_k}(x_1), \mathbb{R}^+)} &= \\ 1.0740 & \\ \psi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_2) &= 1.1040 \\ \psi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_3) &= 1.0999 \\ \psi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_4) &= 1.2281\end{aligned}$$

$$\psi_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_5) = 1.1413$$

因此, 可得 II 型的排序结果为 $x_4 > x_5 > x_2 > x_3 > x_1$.

每个备选方案 $x_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 关于 III 型犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集的多重隶属度为:

$$\begin{aligned}\zeta_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_1) &= \text{HFLWG}(\theta_{\mathbb{F}^1}^{\mathbb{R}_1}(x_1), \theta_{\mathbb{F}^2}^{\mathbb{R}_2}(x_1), \dots, \theta_{\mathbb{F}^r}^{\mathbb{R}_r}(x_1)) = \\ & \bigotimes_{k=1}^r (\theta_{\mathbb{F}^k}^{\mathbb{R}_k}(x_1)^{w_k}) = [0.3559, 1.4785] \\ \zeta_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_2) &= [0.8471, 1.5268] \\ \zeta_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_3) &= [0.8151, 1.4819] \\ \zeta_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_4) &= [1.4873, 1.8804] \\ \zeta_{\mathbb{F}^1}^{\sum_{k=1}^r \mathbb{R}_k}(x_5) &= [1.2832, 1.5979]\end{aligned}$$

依据区间值优势度的概念, 可得 III 型排序结果为 $x_4 > x_5 > x_2 > x_3 > x_1$.

依据以上三种排序结果, 可得 MULTIMOORA 的排序结果为 $x_4 > x_5 > x_2 > x_3 > x_1$.

接着, 构建 TPOP 决策矩阵 T 并计算 TPOP 的各步骤结果, 得到精确排序指数 PSI_i :

$$\begin{aligned}PSI_1 &= 11.4068 \\ PSI_2 &= 8.8619 \\ PSI_3 &= 9.1728 \\ PSI_4 &= 4.1963 \\ PSI_5 &= 6.7492\end{aligned}$$

最后, 选择 PSI_i 最小的方案为最优方案, PSI_i 的排序结果为:

$$PSI_4 > PSI_5 > PSI_2 > PSI_3 > PSI_1$$

根据该患者的症状集

$$\mathbb{F} = \{ \langle y_1 \{s_0, s_3\} \rangle, \langle y_2 \{s_0, s_2\} \rangle, \langle y_3 \{s_1, s_3\} \rangle, \langle y_4 \{s_0, s_1\} \rangle, \langle y_5 \{s_4, s_5\} \rangle, \langle y_6 \{s_3, s_4\} \rangle, \langle y_7 \{s_4\} \rangle \}$$

则该患者的症状被认定为: 食欲不振介于非常差与一般之间, 咳嗽症状介于非常差与差之间, 乏力症状介于很差与一般之间, 发热症状介于非常差与很差之间, 肌痛症状介于好与很好之间, 气短症状介于一般与好之间, 排痰症状的表现为好. 可以看出, 该患者食欲不振、咳嗽、乏力与发热的情况较严重, 而肌痛与排痰情况较好, 气短症状良好. 依据病情症状, 当下最适合该患者的药物方案为 x_4 , 即瑞德西韦.

4.3 正确性测试 Wang and Triantaphyllou^[28]针对多粒度决策方法的正确性测试提出两类正确性测试标准,本文依据这两种测试标准来验证建立的犹豫模糊语言多粒度群决策方法的正确性.

测试1:一个正确的多粒度群决策方法应满足当使用一个更劣的备选方案去代替非最优备选方案时,最优方案保持不变.因此,本文选择用表5~7中的 x_5 的补集替换 x_1 ,计算所得最优方案仍为瑞德西韦.因此,测试1证明本文建立的多粒度群决策方法具备正确性.

测试2:一个正确的多粒度群决策方法应满足当把一个多粒度群决策问题分解为若干小规模决策问题后,分别对小规模问题使用相同的决策方法,结果应与原结果相同.因此,本文将原决策问题分解为两个规模相同的小规模多粒度群决策

问题,即 $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 与 $\{x_2, x_3, x_4, x_5\}$.然后依据本文建立的方法进行计算,结果分别为 $x_4 > x_2 > x_3 > x_1$ 与 $x_4 > x_5 > x_2 > x_3$,两者组合后与原结果一致.因此,测试2也证明本文建立的多粒度群决策方法具备正确性.

4.4 对比性分析 利用犹豫模糊语言加权算术平均算子、犹豫模糊语言汉明距离与犹豫模糊语言加权几何平均算子构建了三种多重隶属度来求解多粒度群决策问题,分别给出这三种决策方法的决策结果,并与本文方法的决策结果进行了对比.此外,为了进一步验证本文多粒度群决策方法的有效性,分别同经典犹豫模糊语言TOPSIS法与Hadi-Vencheh and Mirjaberi^[29]提出的改进犹豫模糊语言TOPSIS法进行对比分析,对比结果如图2所示.

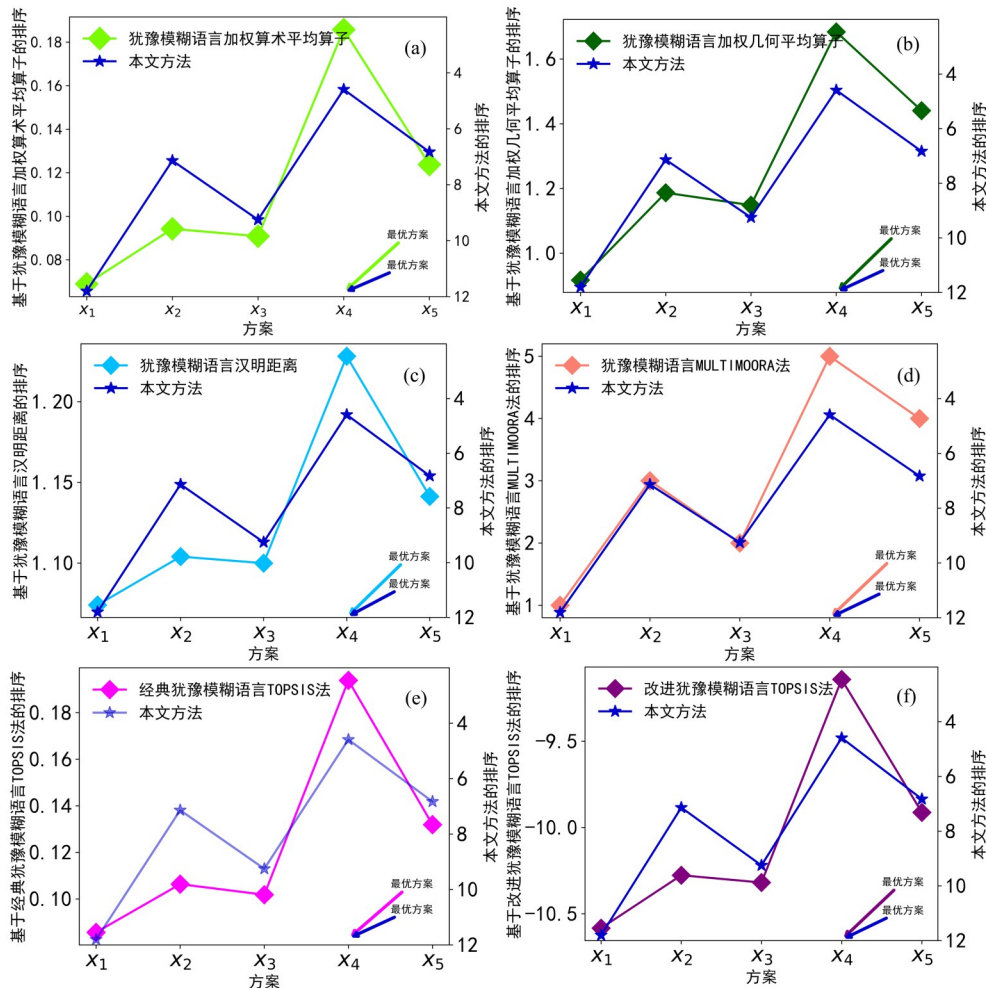


图2 经典犹豫模糊语言群决策方法对比分析结果

Fig.2 Comparative results of classic hesitant fuzzy linguistic group decision-making methods

经典犹豫模糊语言 TOPSIS 利用每个方案与犹豫模糊正理想解、犹豫模糊负理想解的距离构建相对贴进度,最后选择最大贴进度对应的方案为最优方案. 而 Hadi-Vencheh and Mirjaberi^[29]认为 TOPSIS 在某些实际决策问题中,相对贴进度最大的方案并不一定能同时满足与犹豫模糊正理想解最近且离犹豫模糊负理想解最远. 因此,犹豫模糊语言改进型贴进度被提出,用离正理想解最近且离负理想解最远的距离程度来进行排序,最后选择出最大犹豫模糊语言改进型贴进度对应的方案.

由图 2 可见,依据不同的决策方法得到的数值虽然不完全相同,但排序结果一致,即最优方案均为瑞德西韦,证明本文建立的多粒度群决策方法具备有效性.

从对比结果看,本文建立的犹豫模糊语言多粒度群决策方法充分利用了 MULTIMOORA 的优势,克服了单一的决策方法存在的决策结果可能不稳健的问题. 同时,上述方法充分体现了 TPOP 的优势,通过对 MULTIMOORA 的决策结果生成决策矩阵并计算精确选择指数 PSI_i ,进一步提升了决策结果的稳健性,为探索具备稳健性决策结果的多粒度群决策方法提供理论支撑.

综上所述,本文提出的方法具备如下优势:

(1)以定性环境作为背景,借助犹豫模糊语言术语集来表达决策者的偏好信息,可以更好地体现决策者在定性环境中作出决策时犹豫不决的情形.

(2)基于多种决策方式的 MULTIMOORA 比单一决策方法的决策结果更稳健. 将 TPOP 作为最终决策的依据,用更有效的精确排序指数进行方案排序,并选出最优方案.

4.5 实验分析 依据本文建立的方法,采用随机生成数据的方法对数据规模进行扩充,达到 35 个决策备选项,经过计算得到的决策排序结果如图 3 所示. 由图可见,随着数据量的增大,各方法在排序结果上趋于不完全一致. 因此,有必要将各方法结合起来得到具备稳健决策结果的决策方法,这也再次说明本文建立的方法具备稳健性.

5 结论

本文针对犹豫模糊语言多粒度群决策问题,首先结合犹豫模糊语言术语集与概率粗糙集提出犹豫模糊语言多粒度概率粗糙集模型,并进一步依据 MULTIMOORA 的思想,分别结合犹豫模糊语言算术加权平均算子、犹豫模糊语言汉明距

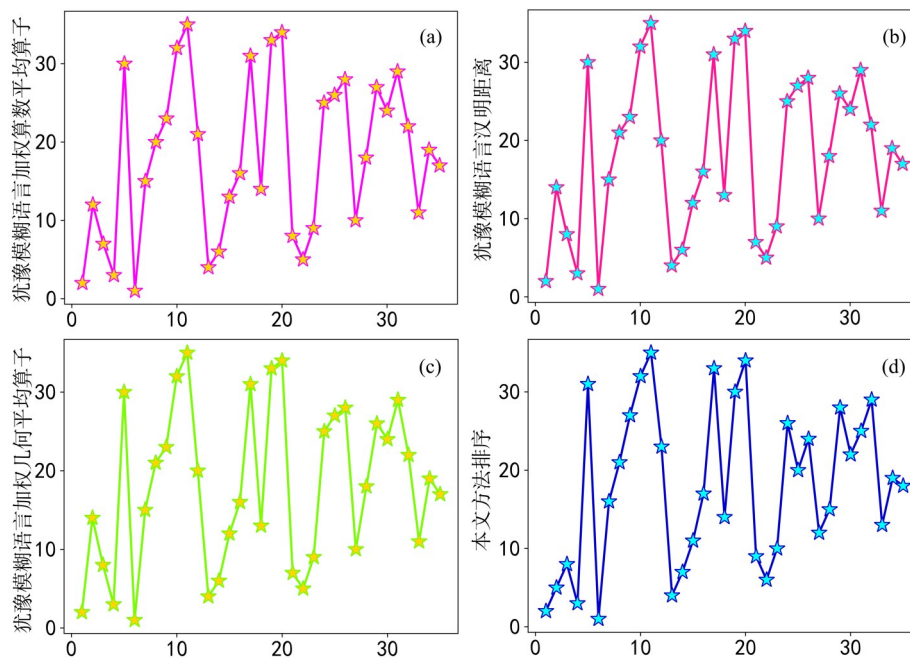


图 3 本文方法对应的模拟决策结果

Fig.3 Simulated decision results in terms of our method

离和犹豫模糊语言几何加权平均算子提出了三类多重隶属度,为求解多粒度群决策问题奠定信息融合方面的基础.然后,为了探索具备稳健性决策结果的多粒度群决策方法,结合TPOP建立犹豫模糊语言稳健型多粒度群决策方法.最后,通过新型冠状病毒的潜在治疗药物选择案例验证了本文建立方法的可行性与有效性.后续研究将探索不完备环境下的多粒度群决策方法、大规模群体决策方法和高维决策方法.同时,有必要将本文建立的方法进一步应用于人岗匹配、故障诊断、商务智能等更广泛的实际问题.

参考文献

- [1] 于洪,何德牛,王国胤,等.大数据智能决策.自动化学报,2020,46(5):878—896. (Yu H, He D N, Wang G Y, et al. Big data for intelligent decision making. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(5): 878—896.)
- [2] Chen G Q, Li Y J, Wei Q. Big data driven management and decision sciences: A NSFC grand research plan. Fundamental Research, 2021, 1(5): 504—507.
- [3] Yao Y Y. Symbols-Meaning-Value (SMV) space as a basis for a conceptual model of data science. International Journal of Approximate Reasoning, 2022(144): 113—128.
- [4] Tan A H, Shi S W, Wu W Z, et al. Granularity and entropy of intuitionistic fuzzy information and their applications. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(1): 192—204.
- [5] Zhan J M, Jiang H B, Yao Y Y. Three-way multiattribute decision-making based on outranking relations. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(10): 2844—2858.
- [6] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109—119.
- [7] Zhang C, Li D Y, Liang J Y. Multi-granularity three-way decisions with adjustable hesitant fuzzy linguistic multigranulation decision-theoretic rough sets over two universes. Information Sciences, 2020(507): 665—683.
- [8] Yao Y Y. The superiority of three-way decisions in probabilistic rough set models. Information Sciences, 2011, 181(6): 1080—1096.
- [9] Qian Y H, Liang J Y, Yao Y Y, et al. MGRS: A multi-granulation rough set. Information Sciences, 2010, 180(6): 949—970.
- [10] Sun B Z, Ma W M, Qian Y H. Multigranulation fuzzy rough set over two universes and its application to decision making. Knowledge-Based Systems, 2017 (123): 61—74.
- [11] Liang J Y, Wang F, Dang C Y, et al. An efficient rough feature selection algorithm with a multi-granulation view. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(6): 912—926.
- [12] Platenius M C, Shaker A, Becker M, et al. Imprecise matching of requirements specifications for software services using fuzzy logic. IEEE Transactions on Software Engineering, 2017, 43(8): 739—759.
- [13] 王佳琪,苗夺谦,张红云.基于可变多粒度概率粗糙集的分类模型.模式识别与人工智能,2017,30(8): 710—717. (Wang J Q, Miao D Q, Zhang H Y. Classification model based on variable multi-granulation probabilistic rough set. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2017, 30(8): 710—717.)
- [14] Brauers W K M, Zavadskas E K. Project management by MULTIMOORA as an instrument for transition economies. Ukio Technologinis ir Ekonominis Vystymas, 2010, 16(1): 5—24.
- [15] Bairagi B, Dey B, Sarkar B, et al. A *De Novo* multi-approaches multi-criteria decision making technique with an application in performance evaluation of material handling device. Computers & Industrial Engineering, 2015(87): 267—282.
- [16] Dorfeshan Y, Mousavi S M, Mohagheghi V, et al. Selecting project-critical path by a new interval type-2 fuzzy decision methodology based on MULTIMOORA, MOOSRA and TPOP methods. Computers & Industrial Engineering, 2018(120): 160—178.
- [17] Zhang C, Bai W H, Li D Y, et al. Multiple attribute group decision making based on multigranulation probabilistic models, MULTIMOORA and TPOP in incomplete q -rung orthopair fuzzy information systems. International Journal of Approximate Reasoning, 2022(143): 102—120.

- [18] Liang D C, Liu D. A novel risk decision making based on decision-theoretic rough sets under hesitant fuzzy information. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(2): 237—247.
- [19] Zhang C, Li D Y, Liang J Y. Hesitant fuzzy linguistic rough set over two universes model and its applications. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2018, 9(4): 577—588.
- [20] Liao H C, Xu Z S. Approaches to manage hesitant fuzzy linguistic information based on the cosine distance and similarity measures for HFLTSs and their application in qualitative decision making. *Expert Systems with Applications*, 2015, 42(12): 5328—5336.
- [21] Yao Y Y, Wong S K M. A decision theoretic framework for approximating concepts. *International Journal of Man - Machine Studies*, 1992, 37(6): 793—809.
- [22] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1988, 18(1): 183—190.
- [23] Xu Z S, Da Q L. The ordered weighted geometric averaging operators. *International Journal of Intelligent Systems*, 2002, 17(7): 709—716.
- [24] 王睿, 朱江洪, 李延来. 基于直觉模糊 MULTIMOORA 的改进 FMEA 风险评估方法. *计算机集成制造系统*, 2018, 24(2): 290—301. (Wang R, Zhu J H, Li Y L. Improved FMEA method for risk evaluation based on intuitionistic fuzzy MULTIMOORA. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2018, 24(2): 290—301.)
- [25] Yang H L, Zhang C L, Guo Z L, et al. A hybrid model of single valued neutrosophic sets and rough sets: Single valued neutrosophic rough set model. *Soft Computing*, 2017, 21(21): 6253—6267.
- [26] 陈振颂, 李延来. 基于前景 ITFNCI 算子的群体 MULTIMOORA 决策方法. *控制与决策*, 2014, 29(6): 1053—1063. (Chen Z S, Li Y L. Approach for group MULTIMOORA decision making based upon prospect intuitionistic trapezoidal fuzzy number Choquet integral operator. *Control and Decision*, 2014, 29(6): 1053—1063.)
- [27] Mishra A R, Rani P, Krishankumar R, et al. An extended fuzzy decision - making framework using hesitant fuzzy sets for the drug selection to treat the mild symptoms of Coronavirus Disease 2019 (COVID - 19). *Applied Soft Computing*, 2021(103): 107155.
- [28] Wang X T, Triantaphyllou E. Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some electre methods. *Omega*, 2008, 36(1): 45—63.
- [29] Hadi - Vencheh A, Mirjaberi M. Fuzzy inferior ratio method for multiple attribute decision making problems. *Information Sciences*, 2014(277): 263—272.

(责任编辑 杨可盛)