

DOI:10.13232/j.cnki.jnju.2019.04.015

基于有限临时删边的病毒传播控制策略

李 黎*, 张瑞芳, 杜娜娜, 柳寰宇

(陕西师范大学计算机科学学院, 西安, 710062)

摘 要: 复杂网络理论的蓬勃发展为人们研究病毒传播行为和网络结构对病毒传播影响提供了新的思路, 网络结构动态演化对病毒传播控制有着重要作用. 考虑到有限资源约束, 为及时有效地控制病毒传播, 提出了一种与初始感染源无关的病毒传播控制策略: 有限临时删边 (Limited-Temporary-Links-Removed, LTLR) 策略. 该策略在保证网络系统基本功能不受影响的前提下, 通过临时删除或管制网络中病毒传播最短路径上重要的边资源, 使得病毒绕道或被阻断, 从而有效地延缓病毒的传播速度和控制病毒的传播范围. 仿真实验表明, 在具有小世界特性的网络中, LTLR 策略能显著增加网络平均路径长度、提高病毒传播控制效率, 并且该策略消耗少、易于部署, 可作为一类通用的优化控制策略推广到舆情网络传播控制、交通网络拥塞治理等领域.

关键词: 网络结构, 传播控制, 有限资源, 临时删边

中图分类号: TP393.07

文献标识码: A

Virus propagation control strategy based on limited temporary links removed

Li Li*, Zhang Ruifang, Du Nana, Liu Huanyu

(School of Computer Science and Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an, 710062, China)

Abstract: The booming development of complex network theory provides new ideas for people to study the behavior of virus spread and explore the influence of the network structure on the propagation of the virus. The dynamic evolution of network structure plays a critical role in the control of virus propagation. Considering the constraint of limited resources, the paper proposes a virus propagation control strategy, named Limited-Temporary-Links-Removed (LTLR), to control virus propagation timely and effectively, which is independent of the initial source of infection. By temporarily removing or controlling the important link resources on the shortest path of virus propagation in the network, the LTLR strategy makes the virus go by a roundabout route or be blocked, thereby effectively delay the propagation speed of the virus and control the propagation scale of the virus under the situation that the basic functions of network system is maintained. Simulation experiments show that the LTLR strategy can significantly increase the average path length of the network and improve the control efficiency of virus propagation in a network with small-world characteristics. The strategy is less costly and easy to deploy, besides it can be used as a generic optimization control strategy and be extended to the propagation control in public opinion networks, congestion control in traffic networks, etc.

Key words: network structure, propagation control, limited resources, temporary links removed

基金项目: 国家自然科学基金 (61303092, 61702317), 陕西师范大学中央高校基本科研业务费 (GK201903093)

收稿日期: 2019-02-27

* 通讯联系人, E-mail: lili@snnu.edu.cn

病毒在人群中流行以及在网络上传播都会给社会生活带来巨大的影响,比如 H7N9 禽流感、非典型肺炎(SARS)、埃博拉等病毒在人群中爆发;比如计算机病毒、网络谣言、舆情等在网络上传播^[1-3]. 而为了对抗病毒的传播和蔓延往往需要花费大量的人力和物力,因此研究病毒的传播机理,进而采取有效措施控制病毒传播具有重要的现实意义,特别是基于有限资源的网络病毒传播控制策略研究具有更大的实用价值.

在实际生活中,每个个体都有趋利避害的行为. 当易染人群得知病毒传播的消息后,他们会自适应地采取相应措施避免自身被感染,比如接种疫苗、避免与感染个体接触等,这些行为会使得个体所在网络的结构发生变化^[4]. 类似的,对于网络中节点而言,它们会通过自适应改变自身的连接情况来避免与感染节点接触. 例如, Gross and Blasius^[5]在研究自适应网络的易染-感染-易染模型和 Shaw and Schwartz^[6]在研究自适应网络的易染-感染-免疫-易染模型中,都认为当网络中有感染节点存在时,易染节点都会选择与感染节点断开连接,重新选择一个非邻居的健康节点或免疫节点进行连接,使自身避免被感染从而实现自我保护.

影响病毒传播的因素包括网络结构因素和传播机制因素,本文关注网络结构演化对病毒传播的影响. 这里网络结构演化主要是指网络中边的链接关系发生变化,其中,重连策略就是通过断开和重连网络中的边,使网络结构动态调整进而控制病毒传播的典型策略.

Risau-Gusman and Zanette^[7]研究了当节点对邻居节点并不具备完全知识的情况下自适应网络中多种重连策略下病毒的传播行为. Shaw and Schwartz^[8]研究得出随机免疫策略在自适应网络中对病毒传播控制的效果比在静态网络中更加有效. 上述研究主要是基于平均场理论,然而利用微分方程很难体现网络中节点状态及网络拓扑在每个时刻的演化情况. 宋玉蓉等^[9-10]为克服基于平均场理论建立病毒传播

模型的不足,提出基于元胞自动机(Cellular Automata, CA)的病毒传播模型,并进一步证实重连策略对病毒传播具有抑制作用. 曹玉林等^[11]对宋玉蓉等^[9-10]提出的策略进行了分析,提出基于最短路径和节点度的重连策略. 刘振杰等^[12]提出基于度与聚集系数的病毒免疫策略在人工合成网络和真实大学网络中的研究. 上述研究表明自适应网络中的重连策略可以有效减缓病毒传播速度,降低病毒感染规模.

然而,现有大多数重连策略没有考虑有限资源的约束,花费代价比较大. 如果重连策略假设断边和重连过程中不改变网络中的总边数,那么在有限资源约束下不仅要考虑断边优化,也要考虑重连边的优化问题. 为了有效求解此类问题,本文提出一种与初始感染源无关的有限临时删边(Limited-Temporary-Links-Removed, LTLR)策略.

本文工作的主要贡献有:

(1)考虑了有限资源的约束,基于边介数提出了有限临时删边的 LTLR 策略. 该策略不仅在有限删边情况下能保证网络系统基本功能不受影响,而且与一般策略相比,具有实现方便、花费代价小的优势.

(2)LTLR 策略是一种与初始感染源无关的病毒传播控制策略,即无论初始感染源是单个还是多个,是集中出现还是分散出现等都对 LTLR 策略的控制效果不产生影响.

(3)仿真实验结果表明,在具有小世界特性的网络中,本文提出的 LTLR 策略能显著延缓病毒的传播速度和控制病毒的传播范围.

1 基于元胞自动机的病毒传播模型

元胞自动机(Cellular Automata, CA)是一种能够模拟具有内部相互作用的动力系统^[9]. 通常一个 CA 主要由元胞空间 C 、有限状态集 Q 、元胞邻域 V 和元胞状态转换规则函数 δ 这四大元素组成,可以表示为 $CA = (C, Q, V, \delta)$.

本文基于元胞自动机建立易染-感染-易染(Susceptible-Infected-Susceptible)的 SIS 病毒传

播模型. 该模型中节点的状态有易染(susceptible)即健康状态和感染(infected)状态^[13]两种状态,这两种状态的节点之间相互转换过程如图1所示.

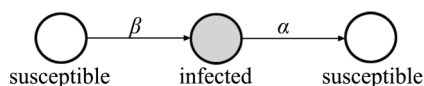


图1 SIS 状态转换

Fig. 1 SIS state transition

一般网络系统可表示为 $G=(N,E)$, 其中, N 为网络中节点的集合, $n=|N|$ 表示网络中节点个数, E 为网络中边的集合, $m=|E|$ 表示网络中边的个数. E 中的每条边都有 N 中的一对节点与之对应, 并且这种对应关系包含于网络的邻接矩阵 A 中. 网络中的每个节点都看作一个元胞, 则 n 个节点的网络就可看作包含 n 个元胞的元胞自动机. 根据元胞自动机的四要素可建立如下模型^[11,14]:

元胞空间 C : 初始时刻建立包含有 n 个元胞的一维元胞空间.

有限状态集 Q : 在本文所提及的 SIS 模型中, 节点对应元胞的状态分为易染状态和感染状态, 并分别用 0 和 1 表示, 因此可得状态集 $Q=\{0,1\}$. 若令 $S_i(t)$ ($S_i(t) \in Q$) 来表示元胞 i 在 t 时刻的状态变量, 则有:

$$S_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{元胞 } i \text{ 在 } t \text{ 时刻为易染状态 (S)} \\ 1, & \text{元胞 } i \text{ 在 } t \text{ 时刻为感染状态 (I)} \end{cases} \quad (1)$$

元胞邻域 V : 网络邻接矩阵 A 能反映网络的拓扑结构, 这里采用 A 表示元胞空间中各个元胞邻居之间的关系. 因此, t 时刻元胞 i 的邻居就可以表示为 $A(t)$ 中第 i 行所有取值为 1 的元素集合, 这里用 $a_{ij}=1$ ($a_{ij} \in A(t)$) 表示元胞 i 和元胞 j 之间存在连接的边, 并且 $a_{ii}=a_{jj}=0$.

元胞状态转换规则函数 δ : 在每一时刻 t , 感染节点会以 β 的概率去感染其周围的邻居节点, 同时被感染的节点也会以 α 的概率恢复为健康节点. 感染节点和健康节点之间的状态转换函数可以表示为:

$$S_i(t+1) = \begin{cases} \overline{S_i(t)}, & g > 0 \\ S_i(t), & g \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, 上横线表示取反操作, g 表示感染节点和易染节点之间的状态转换判断函数, 表示如下:

$$g = \overline{S_i(t)} \left(1 - (1 - \beta)^{m_i(t)} - \gamma \right) + S_i(t)(\alpha - \gamma) \quad (3)$$

其中, α 表示恢复率, β 表示感染率, γ 取 $(0,1)$ 之间的随机数, $m_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 的感染邻居的个数:

$$m_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} S_j(t) \quad (4)$$

设 $I(t)$ 表示 t 时刻感染节点所占比例, $S(t)$ 表示 t 时刻健康节点所占比例. 显然, 在任何时刻以下等式始终满足:

$$I(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i(t) \quad (5)$$

$$I(t) + S(t) = 1 \quad (6)$$

因此, 根据上述元胞自动机的组成要素, 可以基于元胞自动机建立病毒传播的 SIS 模型.

2 有限临时删边的控制策略

真实世界中, 当传染病在人群中扩散时, 人们为了避免自身被感染, 会选择与已感染的人群暂时不再联系, 也就意味着有选择性的暂时的自我隔离. 同理, 当病毒在网络中蔓延时, 网络中的节点也会临时改变自身的连接情况进而避免被感染.

2.1 典型删边策略 在现有病毒传播控制策略研究中, 随机(Random)删边策略和基于节点度(Degree)删边策略使用得比较多. 下面分析这两种典型删边策略的特点.

(1) 随机删边策略: 给定网络初始矩阵 $A(t)$, 在网络中完全随机选择一部分边进行删除.

(2) 基于节点度删边策略: 给定网络初始矩阵 $A(t)$, 给每条边赋权 W_{ij} , W_{ij} 为一条边两端节点 i 和 j 度之积, 将边权按由大到小排序; 然后删除 W_{ij} 最大的那条边 (需要注意的是: 若

W_{ij} 值最大的边有多条,则随机选择一条边删除);最后重复上述过程直至删边数目满足条件即可。

随机删边策略虽然实现简单但是对病毒传播控制的效果有限。节点度信息是衡量节点重要性的常用指标,以度为基础的删边策略已有较多研究^[12,15-17]。然而,度指标只利用了节点自身信息,并没有考虑节点在网络中的位置,也无法刻画节点邻居之间的连接状况。从图论角度看,节点介数/边介数表示网络中所有节点对之间通过该节点/边的最短路径的数目,在最短路径算法中,介数能量化节点/边要处理的信息量,进而介数能更好刻画网络中的负载特征^[15]。因此,为了有效地控制病毒传播,本文提出基于边介数删边的有限临时删边 LTLR 策略。

2.2 LTLR 策略 LTLR 策略利用边介数特性优化网络结构进而有效控制病毒传播。当选择边介数较大的边进行删除或管制时,意味着暂时切断病毒传播过程中所经过的最短路径,增加了网络的平均路径长度,使病毒在传播过程中绕行其他路径,从而能够更有效地延缓病毒传播,控制病毒传播的范围。具体来看, LTLR 策略具有以下特点:

(1)LTLR 策略中临时删边是逻辑上的,不等同于物理意义上的删边。在实际网络系统中可能意味着在某个时间段内关闭网络链路或通过软件暂时关闭链路,也可能意味着绕道;在病毒传播的过程中或许意味着临时隔离或其他管制措施^[15]。

(2)考虑了有限资源的约束,尽可能删除最少数目的临时边,并且保证网络基本功能不受影响,是 LTLR 策略遵循的基本原则。在本文中, LTLR 策略中临时删边的数目是通过网络中最大连通子图中节点所占比例来确定的。

(3)LTLR 策略是一种与初始感染源无关的策略,即无论初始感染源是单个还是多个,是集中出现还是分散出现等都对 LTLR 策略的控制效果不产生影响。

总的来说,有限临时删边的 LTLR 策略通过移除最少数目的边资源不仅保证了网络基本功能不受影响,而且对病毒的传播控制起到显著作用,方案容易部署实施,成本开销比较低。

下面对 LTLR 算法进行具体描述。给定一个含有 n 个节点 m 条边的网络 $G(N, E)$, 用 $A(t)$ 表示 t 时刻网络的邻接矩阵。随机选取 $x\%$ 的节点作为初始的感染源。需要说明的是,本文提出 LTLR 策略与初始感染源无关,是随机选取初始感染节点数目和位置的,具有普适性。

由于网络结构决定网络功能,而网络的基本功能是与网络连通性密切相关的。在临时删边的过程中,为保证网络基本功能不受影响,本文中用网络连通性来反映网络基本功能。在具体实现过程中,利用广度优先搜索(Breadth-First-Search, BFS)算法统计随着删边数目的增加,网络中最大连通子图规模的变化情况,在满足给定网络连通需求的情况下,进而确定有限临时删边数目 k 的比例。

对于每个节点 $i \in N$, 具体步骤如下:

(1)首先利用 Girvan and Newman^[18]提出的经典社团结构划分(Girvan-Newman, GN)算法得到基于边介数的删边顺序;

(2)然后利用 BFS 算法确定有限删边数目为 $k\%$;

(3)再按照 GN 算法中所得到的删边顺序,临时删除一条满足条件的边;

(4)重复步骤 3 直至临时删边比例为 $k\%$ 。

LTLR 算法的流程如图 2 所示。

根据上述处理步骤可看出, LTLR 策略实现的复杂度主要取决于 GN 算法,在大规模网络系统中计算复杂度比较高,但该策略利用中心控制选择边介数最大的边进行删除,有效地延缓了病毒传播速度,缩小了病毒传播规模^[19]。

3 仿真结果与分析

为验证 LTLR 策略的有效性,在给定网络拓扑图和有限删除边约束的情况下,分析比较

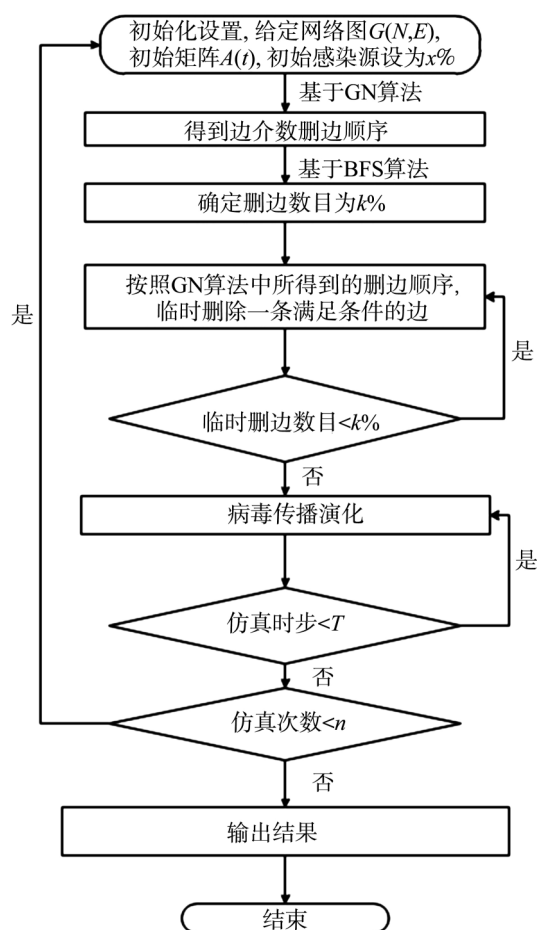


图2 LTLR算法流程图

Fig. 2 The flowchart of the LTLR algorithm

LTLR策略和典型删边策略对病毒传播控制的性能. 本文关注具有小世界特性的网络系统, 选取了具有代表性的 Zachary 空手道俱乐部实际网络和由 Watts 和 Strogatz 提出的具有代表性的小世界网络模型为例进行仿真分析. 基于 SIS 传播模型, 设置仿真实验中传播参数, 恢复率 $\alpha = 0.8$, 感染率 $\beta = 0.4$, 初始感染节点为随机选取总节点数的 4%, 临时删边数目少于 $k\%$ (临时删边数目是在保证网络基本功能不受影响的前提下确定的, 本文实验中取 $k=15$). 在仿真实验中, 每条曲线值都表示运行 50 个轮次以上的平均值.

3.1 对病毒传播演化的影响分析 Zachary 空手道俱乐部网络是一个包含 34 个节点 78 条边

的“基准”社会网络. 图 3 描述了在删边数目相同的情况下, Zachary 网络在不同删边策略作用下网络中感染节点所占比例 $I(t)$ 的变化趋势. 图 4 描述了在删除相同数目边的情况下, 具有 200 个节点的 WS 小世界网络在不同删边策略作用下网络中感染节点所占比例 $I(t)$ 的变化趋势. 从图 3 和图 4 中数据分析可知: (1) 从感染率 $I(t)$ 的变化趋势可看出, 与无删边策略相比, 基于随机删边、节点度删边和 LTLR 策略删边都能控制病毒的传播速度和感染规模, 但是其中, LTLR 策略的控制效果最为显著; (2) 不论是面向 Zachary 网络 (如图 3), 还是面向 WS 网络 (如图 4) 都可以看出, LTLR 策略能显著地控制病毒的传播速度和感染规模, 验证了该策略的可行性和有效性.

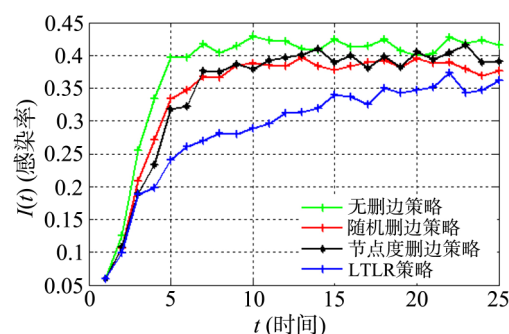
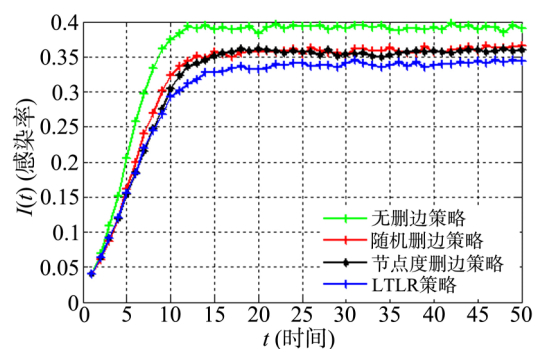
图3 Zachary 网络的 $I(t)$ 变化曲线(全局随机选取感染源)Fig. 3 $I(t)$ curves of Zachary network (Globally and randomly select the source of infection)图4 WS 网络的 $I(t)$ 变化曲线(全局随机选取感染源)Fig. 4 $I(t)$ curves of WS network (Globally and randomly select the source of infection)

图 3 和图 4 在选取初始感染源时是从全局范围内随机选取的. 上述的过程都是在给定网络拓扑的前提下实现的, 而当网络拓扑未知时, 只能通过从局部范围内随机选取部分节点作为初始感染源, 通过这些初始感染源来反映病毒传播的趋势. 因此, 为了进一步验证 LTLR 策略与初始感染源位置的无关性, 需要再从局部范围内随机选取相同比例的节点作为初始感染源.

图 5 初始感染源是在局部范围内随机选取, 描述了在删边数目相同的情况下, 网络在不同删边策略作用下感染节点所占比例 $I(t)$ 的变化趋势. 从图 5 的数据分析可得到与图 3 相同的结论, LTLR 策略对控制病毒的传播速度和感染规模效果最为显著.

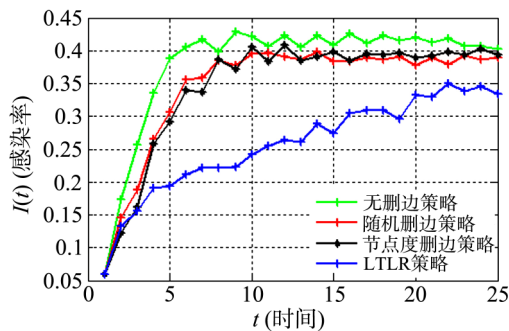


图 5 Zachary 网络的 $I(t)$ 变化曲线(局部随机选取感染源)

Fig. 5 $I(t)$ curves of Zachary network (Locally and randomly selected source of infection)

图 6 初始感染源也是在全局范围内随机选取的, 描述了在删边数目相同的情况下, 网络在不同删边策略作用下感染节点所占比例 $I(t)$ 的变化趋势. 从图 6 的数据分析可得到与图 4 相同的结论, LTLR 策略在病毒传播控制过程中有明显的优势. 因此, LTLR 策略是一种与初始感染源无关的病毒传播控制策略. 无论初始感染源是在全局范围内随机选取还是在局部范围内随机选取都对 LTLR 策略的控制效果不产生影响, 验证了 LTLR 策略与初始感染源位置的无关性.

3.2 对网络结构的影响分析 下面考察删边

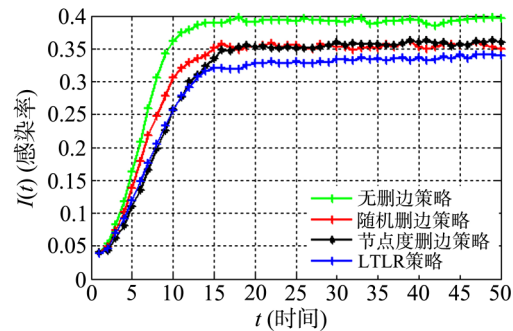


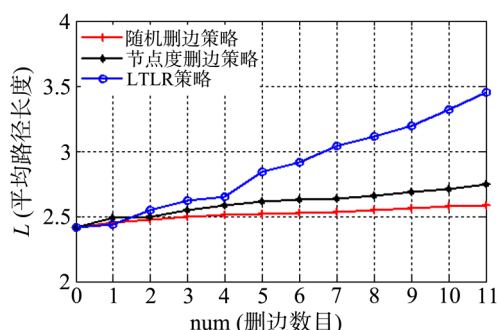
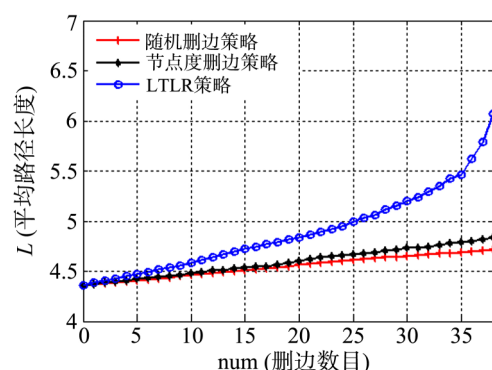
图 6 WS 网络的 $I(t)$ 变化曲线(局部随机选取感染源)

Fig. 6 $I(t)$ curves of WS network (Locally and randomly selected source of infection)

策略在控制病毒传播过程中对网络结构的影响. 本文选择常用的网络结构性评价指标平均路径长度 L , 来比较分析网络结构在不同删边控制策略下的性能变化. 网络平均路径长度 L 定义为任意两个节点之间的距离的平均值, 即 $L = 1/(N(N-1)/2) \cdot \sum_{i \geq j} d_{ij}$, 其中 N 表示网络中节点数目, d_{ij} 表示网络中节点 i 和节点 j 之间的最短路径距离. 注意到两点之间的最短路径可能不存在, 导致整个网络的平均路径长度也为无穷大. 为避免在计算中出现这种发散问题, 本文中把网络平均路径长度进一步定义为存在连通路经的节点对之间的距离的平均值.

图 7 描述了随着删边数目的增加, 随机删边、基于节点度删边和 LTLR 三种控制策略对 Zachary 网络平均路径长度的影响. 从图 7 可以看出, 与随机删边和基于节点度删边策略对增加网络平均路径长度所起的作用相比, LTLR 策略对增加网络平均路径长度影响最为明显.

图 8 也描述了随着删边数目的增加, 随机删边、节点度删边和 LTLR 三种控制策略对 WS 网络平均路径长度的影响. 从图 8 中可以得到与图 7 相同的结论, LTLR 策略随着删除边数目的增加对网络平均路径长度增加有显著影响. 网络平均路径长度增加意味着网络传输效率降低, 这揭示了 LTLR 策略能够有效控制病毒传播速度和传播规模的实质.

图7 Zachary网络的 L 指标分析Fig. 7 L -index analysis of Zachary network图8 WS网络的 L 指标分析Fig. 8 L -index analysis of WS network

3.3 临时删边资源的优化 通过删边改造网络结构进而控制病毒传播的过程中,如果不考虑删边资源/成本约束,这与现实不符;然而仅通过删除很少数目边使获得较高的病毒控制效果,这也可能事与愿违. 如何优选有限删边资源集从而尽可能获得病毒传播控制高性能是本文临时删边资源优化的目标.

从网络图中删除/管制一些边,这通常会影响网络传输和节点间的连接程度,甚至破坏网络的连通性. 网络连通性是对网络结构影响的重要因素,所以保持网络的连通性非常重要. 经验和实验研究表明,许多实际大规模网络都是不连通的,但是往往会存在一个特别大的连通片,它包含了整个网络中相当比例的节点. 本文选择网络结构性重要指标:最大连通子图规模 P ,即最大连通片中包含节点数目,作为考察依据来优选临时删边集合.

图9和图10分别描述了Zachary网络和WS网络图中最大连通子图规模随着删除边数目增加的变化情况. 图9和图10中数据分析可以看出,当删边数目少于15%时,本文提出的LTLR策略能保证网络的连通性至少达到95%,这样不仅能够很好地抑制病毒的传播速度、降低病毒的传播规模,也能够保证网络的基本功能不受影响. 因此,通过网络的连通性来控制临时删边的数目,不仅网络的基本功能不受影响,而且还考虑到了有限资源的约束.

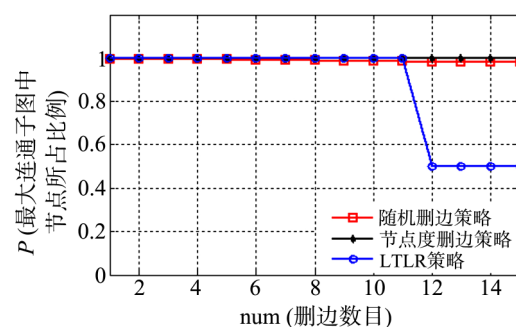


图9 Zachary网络最大连通子图中节点所占比例

Fig. 9 The proportion of nodes in the largest connected subgraph of Zachary network

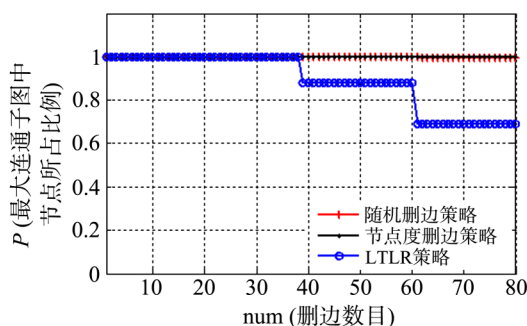


图10 WS网络最大连通子图中节点所占比例

Fig. 10 The proportion of nodes in the largest connected subgraph of WS network

4 结 论

本文关注网络结构动态演化对病毒传播控制的影响,与现有大多断边重连控制策略鲜有考虑有限资源约束不同,本文提出的LTLR控制策略不仅考虑有限数目边的删除或管制,而

且部署实施更方便,成本代价更小.本文基于元胞自动机建立了病毒传播的 SIS 模型,结合网络结构变化对病毒传播行为的作用,提出了一种与初始感染源无关的病毒传播控制策略:有限临时删边(Limited-Temporary-Links-Removed,LTLR)策略.该策略通过临时删除或管制网络系统中病毒传播最短路径上重要的边,使得病毒绕道或被阻断,不仅能保证网络系统的基本功能不受影响,而且能有效地降低病毒传播速度和感染规模.仿真实验表明在具有小世界特性的网络系统中,与随机删边和基于节点度删边策略相比,本文的 LTLR 策略能显著延缓病毒的传播速度和控制病毒的传播范围,并且该策略简单有效、成本开销少,可作为一类通用优化控制策略应用于舆情网络、交通网络等领域.

参考文献

- [1] 王亚奇,蒋国平.复杂网络中考虑不完全免疫的病毒传播研究.物理学报,2010,59(10):6734—6743. (Wang Y Q, Jiang G P. Virus spreading on complex networks with imperfect immunization. Acta Physica Sinica, 2010, 59(10): 6734—6743.)
- [2] Gong Y W, Song Y R, Jiang G P. Global dynamics of a novel multi-group model for computer worms. Chinese Physics B, 2013, 22(4): 040204.
- [3] 李翔,刘宗华,汪秉宏.网络传播动力学.复杂系统与复杂性科学,2010,7(2):33—37. (Li X, Liu Z H, Wang B H. On spreading dynamics on networks. Complex Systems and Complexity Science, 2010, 7(2): 33—37.)
- [4] 刘宏鲲,杨慧,唐明等.自适应网络中针对疾病传播暂态的局部隔离策略.中国科学:物理学 力学 天文学,2014,44(1):32—41. (Liu H K, Yang H, Tang M, et al. Local transient-based quarantine strategy in adaptive networks. Chinese Science: Physica, Mechanica & Astronomica, 2014, 11(1): 32—41.)
- [5] Gross T, Blasius B. Adaptive coevolutionary networks: A review. Journal of the Royal Society, Interface, 2008, 5(20): 259—271.
- [6] Shaw L B, Schwartz I B. Fluctuating epidemics on adaptive networks. Physical Review E, 2008, 77(2): 066101.
- [7] Risau-Gusman S, Zanette D H. Contact switching as a control strategy for epidemic outbreaks. Journal of Theoretical Biology, 2009, 257(1): 52—60.
- [8] Shaw L B, Schwartz I B. Enhanced vaccine control of epidemics in adaptive networks. Physical Review E, 2010, 81: 046120.
- [9] 宋玉蓉,蒋国平,徐加刚.一种基于元胞自动机的自适应网络病毒传播模型.物理学报,2011,60(12):110—119. (Song Y R, Jiang G P, Xu J G. An epidemic spreading model in adaptive networks based on cellular automata. Acta Physica Sinica, 2011, 60(12): 110—119.)
- [10] Song Y R, Jiang G P, Gong Y W. Epidemic propagation on adaptive coevolutionary networks with preferential local-world reconnecting strategy. Chinese Physics B, 2013, 22(4): 040205.
- [11] 曹玉林,赵焱鑫,王小明.基于元胞自动机的自适应网络断边重连策略研究.计算机应用研究,2016,33(8):2475—2478. (Cao Y L, Zhao Y X, Wang X M. Research on reconnecting strategy of adaptive networks based on cellular automata. Application Research of Computers, 2016, 33(8): 2475—2478.)
- [12] 刘振杰,赵姝,陈洁等.一种新的基于节点重要性的免疫策略研究.南京大学学报(自然科学),2017,53(2):350—356. (Liu Z J, Zhao S, Chen J, et al. A novel immune strategy based on node importance. Journal of Nanjing University (Natural Sciences), 2017, 53(2): 350—356.)
- [13] 汪小帆,李翔,陈关荣.网络科学导论.北京:高等教育出版社,2012,158—309.
- [14] 宋玉蓉,蒋国平.基于一维元胞自动机的复杂网络恶意软件传播研究.物理学报,2009,58(9):5911—5918. (Song Y R, Jiang G P. Research of malware propagation in complex networks based on 1-D cellular automata. Acta Physica Sinica, 2009, 58(9): 5911—5918.)
- [15] 张国清,程苏琦.小世界网络中的删边扩容效应.中国科学:信息科学,2012,42(2):151—160.

- (Zhang G Q, Cheng S Q. Enhancing network capacity effects of edge-removal in small-world networks. *Scientia Sinica (Informationis)*, 2012, 42(2):151–160.)
- [16] Zhang H F, Li K Z, Fu X C, et al. An efficient control strategy of epidemic spreading on scale-free networks. *Chinese Physics Letters*, 2009, 26(6):298–301.
- [17] 阮逸润, 老松杨, 王竣德等. 基于领域相似度的复杂网络节点重要度评估算法. *物理学报*, 2017, 66(3):038902. (Ruan Y R, Lao S Y, Wang J D, et al. Node importance measurement based on neighborhood similarity in complex network. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(3):038902.)
- [18] Girvan M, Newman M E J. Community structure in social and biological networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2002, 99(12):7821–7826.
- [19] 李向华, 王欣, 高超. 复杂网络免疫策略分析. *吉林大学学报(理学版)*, 2013, 51(3):444–452. (Li X H, Wang X, Gao C. Network immunization strategies in complex networks. *Journal of Jilin University (Science Edition)*, 2013, 51(3):444–452.)

(责任编辑 杨可盛)